

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua  
Sidang 1990/91

Mac/April 1991

EUM 221 - Kebarangkalian dan Statistik Gunaan

Masa : [3 jam]

---

**ARAHAN KEPADA CALON:**

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 6 muka surat beserta Lampiran (3 muka surat) bercetak dan EMPAT(4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan, di dalam Bahasa Malaysia.

Markah bagi setiap soalan adalah 100. Pecahan markah bagi bahagian-bahagian soalan adalah seperti di dalam kurungan (...).

Mesin hitung boleh digunakan dan proses kiraan mestilah ditunjuk dengan jelas.

...2/-

1. (a) Pertimbangkan fungsi ketumpatan kebarangkalian (f.k.k) berikut:

$$f(x) = \begin{cases} kx & 0 < x < a \\ k(2a - x) & a \leq x \leq 2a \\ 0 & \text{lain-lain} \end{cases}$$

- (i) Tentukan nilai k supaya f benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian.  
 (ii) Carilah min dan sisihan piawai bagi x.

(30%)

- (b) Pengurus pengeluaran sebuah kilang mengendalikan dua buah mesin secara berasingan. Tetapi setiap hari tidak lebih dari sebuah mesin sahaja yang berfungsi. Kebarangkalian mesin itu rosak ialah p dan mesin itu biasanya rosak pada akhir waktu bekerja. Hanya seorang juruteknik disediakan untuk membaiki mesin yang rosak. Juruteknik ini mengambil masa selama dua hari untuk membaiki mesin yang rosak dan ia hanya membaiki sebuah mesin sahaja pada setiap masa.

- (i) Binalah proses stokastik yang menerangkan bagaimana kilang itu bekerja.  
 (ii) Modelkan situasi ini sebagai proses Markov dengan menulis matrik peralihannya.  
 (iii) Katakan kebarangkalian mesin itu rosak ialah 0.4 dan taburan awal ialah (0.2 0.4 0.1 0.3). Tentukan taburan kebarangkalian keadaan yang dihuni pada masa  $t = 3$ . Carilah juga taburan keseimbangan proses Markov ini.

(70%)

2. (a) Katakan pembolehubah rawak  $x$  tertabur normal dengan min  $\mu$  dan varians  $\sigma^2$ .  $\mu$  dan  $\sigma^2$  tidak diketahui nilainya. Dapatkan anggaran kebolehjadian maksimum bagi  $\mu$  dan  $\sigma^2$ . Tunjukkan bahawa penganggar-penganggar,  $\mu$  dan  $\sigma^2$  adalah penganggar-penganggar yang tidak pincang.

[Fungsi: Ketumpatan kebarangkalian bagi taburan normal ialah,

$$f(x) = \frac{1}{\sigma^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left( - (x - \mu)^2 / 2\sigma^2 \right) ]$$

(40%)

- (b) Dua buah mesin digunakan untuk pengisian botol plastik. Botol-botol ini mempunyai isipadu bersih sebanyak 16.0 gram. Proses ini dipastikan tertabur normal dengan sisihan piawai mesin 1 ialah  $\sigma_1 = 0.015$  dan sisihan piawai mesin 2 ialah  $\sigma_2 = 0.018$ . Jurutera kualiti meragui samada kedua-dua mesin itu dapat atau tidak melakukan pengisian sehingga ke isipadu bersih 16.0 gram. Suatu sampel rawak dipilih dari setiap mesin. Data yang diperolehi adalah seperti beriku:

<u>Mesin 1</u>		<u>Mesin 2</u>	
16.03	16.01	16.02	16.03
16.04	15.96	15.97	16.04
16.05	15.98	15.96	16.02
16.05	16.02	16.01	16.01
16.02	15.99	15.99	16.00

Pada fikiran anda, apakah keraguan jurutera kualiti itu benar atau tidak pada paras keertian  $\alpha = 0.05$ ?

(60%)

3. (a) Pengurus Personel sedang menemuduga calon-calon untuk mengisi dua jawatan kosong. Kebarangkalian calon yang ditemuduga itu mempunyai kelayakan yang sesuai dan menerima tawaran jawatan itu ialah 0.8.

- (i) Apakah kebarangkalian tepat 4 orang calon mesti ditemuduga?  
 (ii) Apakah kebarangkalian kurang dari 4 orang calon mesti ditemuduga?

[Petua: Anda boleh menggunakan taburan Pascal dengan f.k.k,

$$P(x) = \begin{cases} \binom{x-1}{r-1} p^r q^{x-r} & , \quad x=r, r+1, r+2, \dots \\ 0 & , \quad \text{lain-lain} \end{cases}$$

x ialah pembolehubah rawak bagi percubaan yang mana kejayaan ke r berlaku, r ialah integer dan  $q = 1 - p$

(30%)

- (b) Purata panjang badan pemetik api yang digunakan di dalam kereta dikawal menggunakan carta-carta  $\bar{X}$  dan R. Jadual di bawah menunjukkan 20 sampel panjang badan pemetik api. Setiap sampel mengandungi 4 jenis cerapan (cerapan ini diukur dalam 5.00mm; iaitu jika panjangnya 15.15mm dicatat sebagai 15 sahaja).

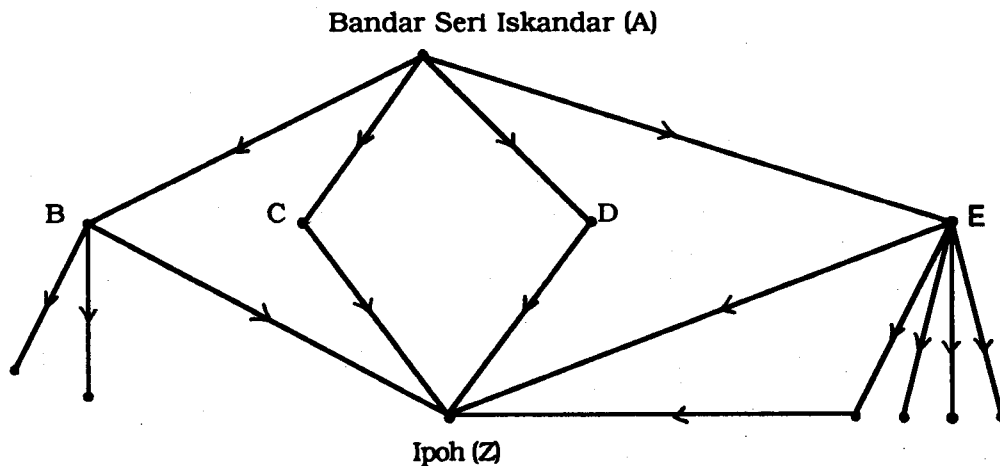
Nombor Sampel	Cerapan				Nombor Sampel	Cerapan			
	1	2	3	4		1	2	3	4
1	15	10	8	9	11	13	8	9	5
2	14	14	10	6	12	10	15	8	10
3	9	10	9	11	13	8	12	14	9
4	8	6	9	13	14	15	12	14	6
5	14	8	9	12	15	13	16	9	5
6	9	10	7	13	16	14	8	8	12
7	15	10	12	12	17	8	10	16	9
8	14	16	11	10	18	8	14	10	9
9	11	7	16	10	19	13	15	10	8
10	11	14	11	12	20	9	7	15	8

392

Bina carta-carta kawalan  $\bar{X}$  dan R untuk menilai kestabilan proses secara statistik. Adakah proses ini terkawal?

(70%)

4. (a) Seorang pengembara bertolak dari Bandar Seri Iskandar (titik A) seperti yang ditunjukkan dalam gambarajah di bawah.



Ia akan memilih secara rawak salah satu jalan dari AB, AC, AD, AE. Di simpang setiap jalan yang dipilihnya itu, ia akan memilih sekali lagi secara rawak jalan yang ingin dilaluinya untuk sampai ke Ipoh (titik z) .

- (i) Apakah kebarangkalian pengembara itu sampai di Ipoh (titik z)? .
- (ii) Jika pengembara itu sampai di Ipoh, apakah kebarangkalian pengembara itu menggunakan jalan dari AE?

(30%)

- (b) Jurutera elektronik sangat berminat dengan kesan konduktiviti tiub terhadap 5 jenis penyalut tiub sinar katod yang digunakan di dalam alat suatu sistem telekomunikasi. Berikut ialah data konduktiviti yang dicerap:

<u>Jenis Penyalut</u>	<u>Konduktiviti</u>			
1	143	141	150	146
2	152	149	137	143
3	134	133	132	127
4	129	127	132	129
5	147	148	144	142

Laksanakan analisis varians bagi data di atas. Adakah perbezaan jenis penyalut mempengaruhi konduktiviti? Gunakan  $\alpha = 0.05$ . Anggarkan purata keseluruhan konduktiviti dan kesan rawatannya.

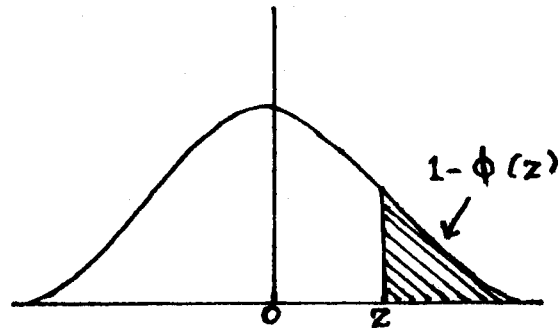
(70%)

- oooOooo -

LAMPIRAN 1Sifar Luas Taburan Normal Piawai

Nilai pemasukan ialah kebarangkalian di antara suatu nilai  $z$  yang positif dan suatu nilai tak terhingga. Iaitu

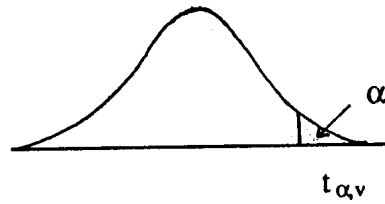
$$1 - \Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} e^{-z^2/2} dz$$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0868	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00309	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139

Siri Taburan -t

Nilai  $t_{\alpha}$  untuk kebarangkalian yang diberikan.



Darjah Kebebasan, V	Kebarangkalian untuk nilai yang lebih besar				
	.1	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.290	1.661	1.981	2.358	2.626
$\infty$	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576



LAMPIRAN 111Carta Kawalan Shewhart

Saiz Sampel (n)	$A_2$	Faktor Pendarab	
		$D_3$	$D_4$
2	1.880	0.0	3.268
3	1.023	0.0	2.574
4	0.729	0.0	2.282
5	0.577	0.0	2.114
6	0.483	0.0	2.004
7	0.419	0.076	1.924
8	0.373	0.136	1.864
9	0.337	0.184	1.816
10	0.308	0.223	1.777
11	0.285	0.256	1.744
12	0.266	0.284	1.714

Had Kawalan:Carta  $\bar{x}$ Had atas kawalan =  $\bar{x} + A_2 \bar{w}$ Had bawah kawalan =  $\bar{x} - A_2 \bar{w}$  $\bar{x}$  ialah min proses yang diperlukan $\bar{w}$  ialah min julat saiz sampelCarta RHad atas kawalan =  $D_4 \bar{w}$ Had bawah kawalan =  $D_3 \bar{w}$